

# 对 PFU 法中 MacArthur-Wilson 平衡模型的修改\*

王继忠 沈韞芬 顾曼如

(中国科学院水生生物研究所, 武汉)

## 提 要

考虑到环境压迫的因素,对 PFU 法中的 MacArthur-Wilson 平衡模型作了修改,推导出一个更为适用的新模型。小野外生态试验和室内毒理试验中提出 4 个功能参数 ( $S_{eq}$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $T_{90\%}$ ) 用于环境的生物监测。使用 Monte Carlo 序贯随机模拟算法和 Marquardt 算法估计模型参数并完成计算机程序的编制,最后还使用拟合差异度法检验实验模型。

**关键词** 修改,模型,PFU, LOF 检验

在现有众多的环境监测方法中,生物监测越来越受到人们的重视。沈韞芬等 (1985) 在 Cairns 等 (1969, 1979) 的工作基础上,用聚氨酯泡沫塑料块 (Polyurethane Foam Unit) 通过对微型生物群落的结构和功能的监测,进行评价和估计水体污染程度获得肯定的结果<sup>[1,6]</sup>。为了使这一生物监测方法能得到更有效的应用,我们对 PFU 法中的 MacArthur-Wilson 岛屿区系平衡模型作了进一步的修改,从而提出了一个应用条件较少的新群集平衡模型和 4 个功能参数。

## 模型的推导

通过用 PFU 法对微型生物群落群集过程的研究发现,对于污染程度较重的水体,其微型生物的群集过程满足 MacArthur-Wilson 平衡模型的概率也就越小。我们认为,这是因为其平衡模型是在没有环境压迫的理想条件下推导出来的缘故。在清洁的水体中,环境的压迫是那么小以至可以忽略不计。但作为生物监测方法的 PFU 法,正是利用环境压迫在模型参数中的反映来监测污染水体。因此在重污染水体中,就有可能使生物的群集过程不符合理想的平衡模型而使方法失效。当然,由于生物和环境因素的复杂性,要想用 1 个或 1 组模型精确地描述整个群集过程是不实际甚至是不可能的。为此,在过去工作的基础上<sup>[2]</sup>,提出了一个较 MacArthur-Wilson 模型更为实际的新模型。

设  $I_t$  为迁入种数,  $E_t$  为消失种数,  $S_t$ 、 $S_{eq}$  和  $S^*$  分别是  $t$  时刻、平衡时和种库的种

\* 本文系国家自然科学基金资助项目 386—0594。  
1987 年 6 月 25 日收到。

数,  $k_1$  和  $k_{-1}$  分别为迁入速度和消失速度常数。

设 PFU 内微生物的入侵速度与  $(S^* - S_t)$  成正比, 消失速度与  $S_t$  成正比。  $u_t$  和  $v_t$  分别为所有影响群集过程中入侵速度和消失速度的环境各因素之和。则有:

$$\frac{dI_t}{dt} = k_1(S^* - S_t) - u_t \quad (1)$$

$$\frac{dE_t}{dt} = k_{-1}S_t + v_t \quad (2)$$

而群集速度为:

$$\begin{aligned} \frac{dS_t}{dt} &= \frac{dI_t}{dt} - \frac{dE_t}{dt} = k_1S^* - (k_1 + k_{-1})S_t - (u_t + v_t) \\ &= k_1S^* - gS_t - (u_t + v_t) \end{aligned} \quad (3)$$

遗憾的是不可能知道函数  $u_t + v_t$  的确切形式, 但根据数学分析中的 Taylor 展开定理, 我们可以用  $S_t$  的二次多项式来逼近函数  $u_t + v_t$ 。

所以:

$$\frac{dS_t}{dt} = k_1S^* - gS_t - (aS_t^2 + bS_t + c) \quad (4)$$

当群集过程达到动态平衡时, 群集速度应为零, 即  $\frac{dS_t}{dt} = 0$ , 由公式 (4), 有:

$$k_1S^* - gS_{eq} - (aS_{eq}^2 + bS_{eq} + c) = 0$$

所以:

$$k_1S^* - c = aS_{eq}^2 + (b + g)S_{eq} \quad (5)$$

将公式 (5) 代入公式 (4), 得:

$$\frac{dS_t}{dt} = -a(S_t^2 - S_{eq}^2) - (b + g)(S_t - S_{eq}) \quad (6)$$

对微分方程 (6) 求满足初值条件  $t = 0$  时,  $S_t = 0$  的特解, 得:

$$S_t = \frac{S_{eq}(1 - e^{-(2aS_{eq} + b + g)t})}{1 + \frac{aS_{eq}}{aS_{eq} + b + g} e^{-(2aS_{eq} + b + g)t}} \quad (7)$$

令:  $G = 2aS_{eq} + b + g$   $H = \frac{aS_{eq}}{aS_{eq} + b + g}$

则公式 (7) 可简化成:

$$S_t = \frac{S_{eq}(1 - e^{-Gt})}{1 + He^{-Gt}} \quad (8)$$

由公式 (8), 达到 90% 平衡种数的时间:

$$T_{90\%} = \frac{\ln(10 + 9H)}{G} \quad (9)$$

(8) 和 (9) 就是所要推导的群集过程的数学模型, 其中参数 H 描述了环境压迫对群集过程的影响, 参数 G 是考虑环境压迫之后的群集速度常数。

很显然, 如果考虑一个极端情况: 假设群集过程没有受到任何环境干扰, 即  $H = 0$ , 则模型 (8) 便退化成了理想的 MacArthur-Wilson 平衡模型  $S_t = S_{eq}(1 - e^{-Gt})$ 。

## 模型参数的估计

由于模型(8)的复杂性,已经不可能只借助一般的手算或计算器来估计参数  $S_{eq}$ 、 $G$  和  $H$  的真值了。于是我们选用了非线性稳态模型的参数估计方式——Marquardt 法来估计功能参数<sup>[3]</sup>。

有效使用 PFU 法的关键之一在于选择适当的模型参数。为使 Marquardt 法迭代收敛,初值的选择就很重要了。我们采用 Monte Carlo 序贯随机模拟法优选目标函数的近似最小值作为迭代初值<sup>[4]</sup>。基本思路是:选定一优选区域  $D$ :

$$D = \{a_1 \leq S_{eq} \leq b_1, a_2 \leq G \leq b_2, a_3 \leq H \leq b_3\}$$

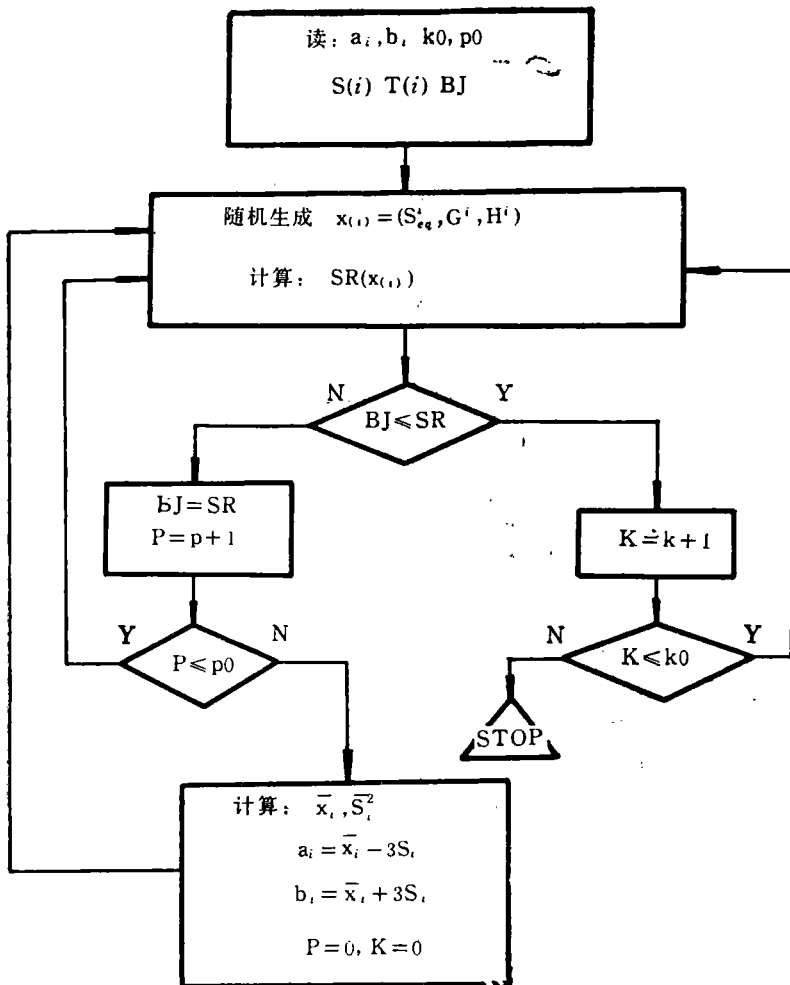


图1 Monte Carlo 序贯随机模拟程序

Fig. 1 Program for the Monte Carlo Sequential Stochastic Simulation Method

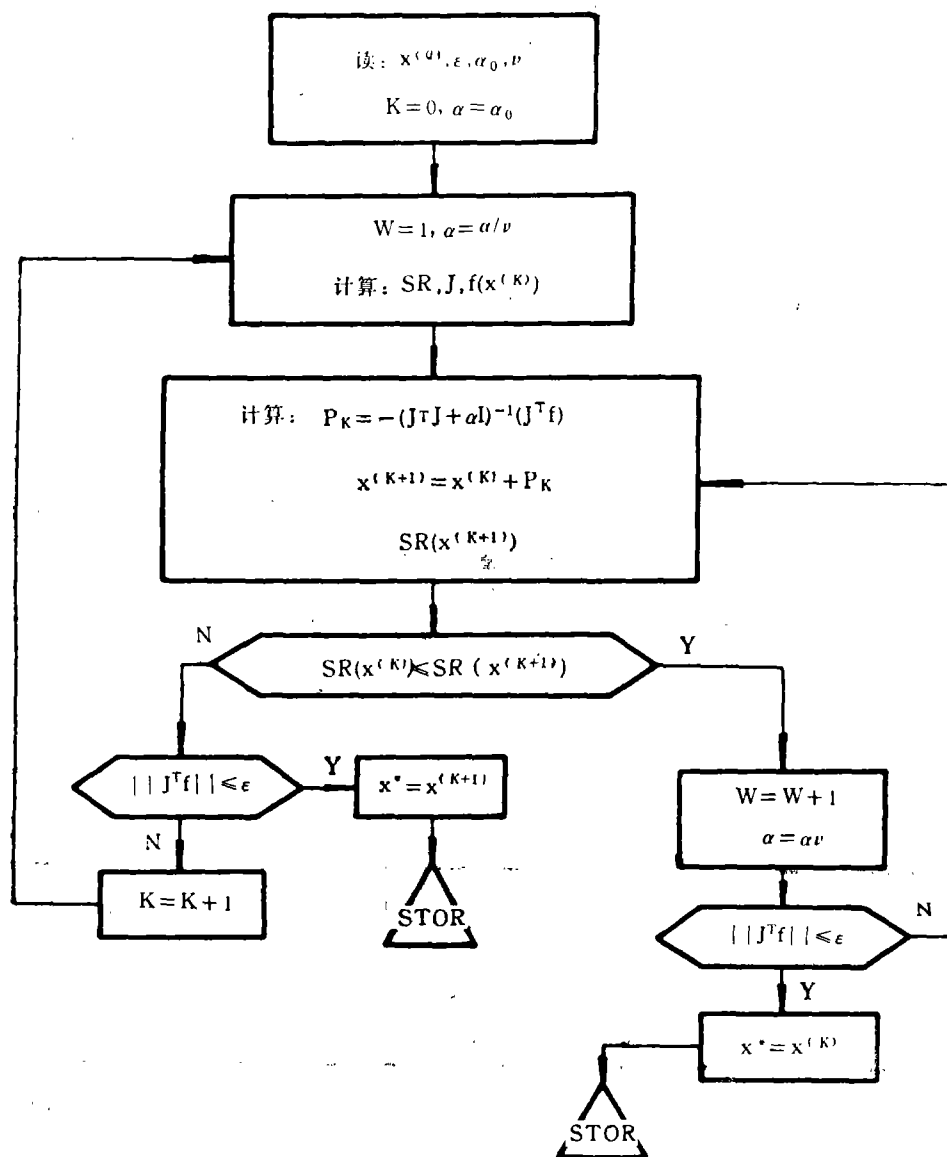


图2 Marquardt 法的计算程序

Fig. 2 Program for the Marquardt Method

对于平方和误差目标函数  $SR = \sum_{j=1}^n (S(j) - \hat{S}(j))^2$ , 设  $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(p)}$  服从区域  $D$  上的均匀分布, 并满足条件:  $SR(x_{(1)}) > SR(x_{(2)}) > \dots > SR(x_{(p)})$

计算点列  $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(p)}$  的均值  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$  和方差  $(S_1^2, S_2^2, S_3^2)$ , 利用  $\bar{x}_i$  和  $S_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 修改优选区域  $D$ :

$$D' = \{a'_1 \leq S_{eq} \leq b'_1, a'_2 \leq G \leq b'_2, a'_3 \leq H \leq b'_3\}$$

其中:

$$a'_i = \bar{x}_i - 3S_i$$
$$b'_i = \bar{x}_i + 3S_i$$
$$i = 1, 2, 3$$

计算优选区域上的均匀分布点 ( $S_{eq}$ , G, H) 上的  $SR$ , 优选  $SR$  的最小值点作为 Marquardt 法的迭代初值。实践表明, 这种方法是有效的。参数估计过程的计算机框图 (图 1, 2)

通过计算, 便能得到 4 个功能参数  $S_{eq}$ , G, H 和  $T_{90\%}$  在最小二乘指标下的最优估计值。将它们代入模型 (8), 则可得到一实验模型。此时, 还必须使用统计学上的拟合差异度检验法 (Lack Of Fit Test, LOF) 来检验实验模型是否符合理论模型 (8)。具体方法已有报道<sup>[2,5]</sup>。

范 例 与 讨 论

根据对鸭儿湖 2 号氧化塘室外生物测试所得原生动动物群集过程的有关数据 (表 1),

表 1 鸭儿湖 2 号氧化塘生物测试数据  
Tab. 1 Raw Data of the 2nd Lagoon of the Yacr Lake

总种数 Total species  组别 Groups	天数 Day <sup>s</sup>					
		1	2	4	14	29
A		8	8	10	14	22
B		6	6	12	12	18

分别用最小二乘指标下的 Marquardt 法计算新模型 (8) 和 MacArthur-Wilson 平衡模型的参数, 并使用 LOF 法进行检验, 结果列于表 2。

表 2 参数检验数据  
Tab. 2 Parameters of the Models

参数 Parameters  模型 Models	$S_{eq}$	G	H	$T_{90\%}$	SR	F	LOF 检验 LOF Test
(8)	18.024	.0262	-.932	18.22	57.12	4.28	符合 Fitted
MacArthur-Wilson	16.679	.2981	/	7.72	77.35	6.39	不符合 Unfitted

显然, 作为理论生态学模型, MacArthur-Wilson 平衡模型是正确的<sup>[7,8]</sup>。但作为污染环境生物监测方法之一的 PFU 法的基础, 由于没有考虑环境压迫的影响, 其模型的应用受到了一定的限制, 上面的例子就很好地说明了这一点。实际上, PFU 法正是在承认环境压迫对生物群落的群集过程有明显影响的前提下, 利用模型参数的变化来估计和评价水体污染程度的。而模型 (8) 虽然不能完全描述污染环境下的群集过程, 但在某种程度上考虑了环境压迫对群集过程的影响, 并使 MacArthur-Wilson 平衡模型作为它的一个

表 3 实算统计结果  
Tab. 3 Statistical Results

LOF 检验 LOF Test	模型 Models	(8)	MacArthur-Wilson	改进率 Improvement ratio
	符合模型 Fitted	81.25%	68.75%	100%
	不符合模型 Unfitted	18.75%	31.25%	100%

特例(即  $H = 0$  时);因此可以认为模型(8)比 MacArthur-Wilson 平衡模型更为合理,从而也更便于应用。表 3 是我们实算几十组数据后的统计结果。

从表 3 可以知道,就拟合误差平方和  $SR$  而言,模型(8)对 MacArthur-Wilson 模型的修改是成功的。由给出的例示,确实存在符合模型(8)而不符合 MacArthur-Wilson 模型的情况。对于各自的拟合误差平方和  $SR$ ,模型(8)的  $SR$  不会大于 MacArthur-Wilson 模型对应的  $SR$ 。在较为清洁的水体中,它们是比较一致的,而在重污染的水体中,由于环境压迫的增强,它们就有了明显的差异。这种差异,也正反映了两个模型在具体应用条件上的不同。

实践表明,为了通过对生物群落群集过程的研究,能很好地对环境污染进行监测和预报,对 MacArthur-Wilson 平衡模型的修改是十分必要的。实际上,除了模型(8)外,我们还可以从其他的角度上考虑,构造其他修改模型,以求能更好地描述群集过程,使 PFU 法在环境监测中得到更有效的应用。

### 参 考 文 献

- [1] 沈韞芬、龚循矩、顾曼如, 1985。用 PFU 原动物群落进行生物监测的研究。水生生物学报, 9(4): 299—307。
- [2] 王继忠、袁育才、沈韞芬, 1985。用 PFU 法研究微型生物群集过程中数据的处理。水生生物学报, 9(4): 343—350。
- [3] 席少霖、赵凤治, 1983。最优化计算方法。461 页。上海科学技术出版社。
- [4] 中国科学院计算中心概率统计组, 1979。概率统计计算。432 页。科学出版社。
- [5] Bethea, R. M., Duran, B. S. and Boullion, T. L., 1975. Statistical methods for engineers and scientists, Marcel Dekker. Inc., p. 583. New York.
- [6] Cairns, J. Jr., Dahlberg, M. L., Dickson, K. L., Smith, N. and Waller, W. T., 1969. The relationship of freshwater protozoan communities to the MacArthur-Wilson equilibrium model. *Amer. Nat.*, 103: 439—454.
- [7] Gilroy, O., 1975. The determination of the rate contents of island colonization. *Ecology*, 54(4): 915—923.
- [8] MacArthur R. H. and Wilson, E. O., 1963. An equilibrium theory of insular zoogeograph. *Evolution*, 17(4): 373—387.

## MODIFICATION OF THE MACARTHUR-WILSON EQUILIBRIUM MODEL USED IN THE PFU METHOD

Wang Jizhong, Shen Yunfen and Gu Manru

*(Institute of Hydrobiology, Academia Sinica, Wuhan)*

### Abstract

To consider the effect of environmental pressure, We have modified the MacArthur-Wilson equilibrium model to be used in the PFU method, and derived a more suitable model. four function parameters that are used in the biological evaluation of environment are brought forward from the field ecological effect tests and the laboratory toxicity tests. A computer program was elaborated to calculate the parameters, using Monte Carlo sequential stochastic simulation method and Marquardt's method. The lack of fit test (LOF Test) was used to verify the model against empirical data.

**Key words**      Modification, Model, PFU, LOF Test